ResolSysteme (0.1.8), version « classique »

1 Préambule sans utiliser Python

```
\documentclass[french,a4paper,10pt]{article}
\usepackage[margin=1.5cm]{geometry}
\usepackage{ResolSysteme}                    %version classique
\usepackage{systeme}
\sisetup{locale=FR,output-decimal-marker={,}}
```

2 Affichage d'une matrice, 2×2 ou 3×3 ou 4×4

```
On considère les matrices $A=\AffMatrice(1,2 § 3,4)$
et $B=\AffMatrice[n](-1,1/3,4 § 1/3,4,-1 § -1,0,0)$
et $C=\AffMatrice(1,2,3,4 § 5,6,7,0 § 1,1,1,1 § 2,-3,-5,-6)$.
```

On considère les matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} -1 & 1/3 & 4 \\ 1/3 & 4 & -1 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ et $C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & -3 & -5 & -6 \end{pmatrix}$.

3 Calculs avec des matrices, 2×2 ou 3×3 ou 4×4

```
$\ProduitMatrices(1,2)(3 § 4)[Aff]$ et $\ProduitMatrices(1,2)(3,4 § 5,6)[Aff]$ \\
$\ProduitMatrices(-5,6 § 1,4)(2 § 7)[Aff]$ et $\ProduitMatrices(-5,6 § 1,4)(2,-4 § 7,0)[Aff]$
```

$\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 \end{pmatrix}$ et $\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13 & 16 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 \\ 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 32 \\ 30 \end{pmatrix}$ et $\begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 7 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 32 & 20 \\ 30 & -4 \end{pmatrix}$

```
$\ProduitMatrices(1,2,3)(4 § 5 § 6)[Aff]$ et $\ProduitMatrices(1,2,3)(1,1,1 § 2,1,5 § 0,5,-6)[Aff]$\\
$\ProduitMatrices(1,1,1 § 2,1,5 § 0,5,-6)(1 § 2 § 3)[Aff]$ et
$\ProduitMatrices(1,1,1 § 2,1,5 § 0,5,-6)(1,2,3 § -5,-4,2 § 3,3,10)[Aff]$
```

$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 32 \end{pmatrix}$ et $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 5 \\ 0 & 5 & -6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 18 & -7 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 5 \\ 0 & 5 & -6 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 19 \\ -8 \end{pmatrix}$ et $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 5 \\ 0 & 5 & -6 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -5 & -4 & 3 \\ 3 & 3 & 10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 16 \\ 12 & 15 & 59 \\ -43 & -38 & -45 \end{pmatrix}$

```
$\ProduitMatrices(1,2,3,4)(5 § 6 § 7 § 8)[Aff]$\\
$\ProduitMatrices(1,2,3,4)(1,1,1,5 § 2,1,5,6 § 0,5,-6,0 § 1,-5,4,2)[Aff]$\\
$\ProduitMatrices(1,1,1,5 § 2,1,5,6 § 0,5,-6,0 § 1,-5,4,2)(1 § 2 § 3 § 4)[Aff]$\\
$\ProduitMatrices(1,1,1,5 § 2,1,5,6 § 0,5,-6,0 § 1,-5,4,2)(1,5,4,0 § 2,-1,-1,5 § 3,0,1,2, §
    4,6,9,10)[Aff]$
```

$$\begin{pmatrix}1&2&3&4\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}5\\6\\7\\8\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}70\end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}1&2&3&4\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}1&1&1&5\\2&1&5&6\\0&5&-6&0\\1&-5&4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}9&-2&9&25\end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}1&1&1&5\\2&1&5&6\\0&5&-6&0\\1&-5&4&2\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}1\\2\\3\\4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}26\\43\\-8\\11\end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}1&1&1&5\\2&1&5&6\\0&5&-6&0\\1&-5&4&2\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}1&5&4&0\\2&-1&-1&5\\3&0&1&2\\4&6&9&10\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}26&34&49&57\\43&45&66&75\\-8&-5&-11&13\\11&22&31&3\end{pmatrix}$$

```
$\CarreMatrice(-5,6 § 1,4)[Aff]$ \\
$\CarreMatrice(-5,6,8 § 1,4,-9 § 1,-1,1)[Aff]$\\
$\CarreMatrice(1,2,3,4 § 5,6,7,0 § 1,1,1,1 § 2,-3,-5,-6)[Aff]$
```

$$\begin{pmatrix}-5&6\\1&4\end{pmatrix}^2=\begin{pmatrix}31&-6\\-1&22\end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}-5&6&8\\1&4&-9\\1&-1&1\end{pmatrix}^2=\begin{pmatrix}39&-14&-86\\-10&31&-37\\-5&1&18\end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}1&2&3&4\\5&6&7&0\\1&1&1&1\\2&-3&-5&-6\end{pmatrix}^2=\begin{pmatrix}22&5&0&-17\\42&53&64&27\\9&6&6&-1\\-30&-1&10&39\end{pmatrix}$$

4 Déterminant d'une matrice, 2×2 ou 3×3 ou 4×4

```
Le déterminant de $A=\AffMatrice(1,2 § 3,4)$ est
$\det(A)=\DetMatrice(1,2 § 3,4)$.
```

Le déterminant de $A=\begin{pmatrix}1&2\\3&4\end{pmatrix}$ est $\det(A)=-2$.

```
Le déterminant de $A=\AffMatrice(-1,0.5 § -1/2,4)$ est
$\det(A)=\DetMatrice[dec](-1,0.5 § -1/2,4)$.
```

Le déterminant de $A=\begin{pmatrix}-1&\frac{1}{2}\\-\frac{1}{2}&4\end{pmatrix}$ est $\det(A)=-3{,}75$.

```
Le dét. de $A=\begin{pNiceMatrix} -1&\frac13&4 \\ \frac13&4&-1 \\ -1&0&0 \end{pNiceMatrix}$ est
$\det(A) \approx \DetMatrice[dec=3](-1,1/3,4 § 1/3,4,-1 § -1,0,0)$.
```

Le dét. de $A = \begin{pmatrix} -1 & \frac{1}{3} & 4 \\ \frac{1}{3} & 4 & -1 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ est $\det(A) \approx 16{,}333$.

```
Le dét. de $A=\begin{pNiceMatrix} 1&2&3&4\\5&6&7&0\\1&1&1&1\\2&-3&-5&-6 \end{pNiceMatrix}$
est $\det(A)=\DetMatrice(1,2,3,4 § 5,6,7,0 § 1,1,1,1 § 2,-3,-5,-6)$.
```

Le dét. de $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & -3 & -5 & -6 \end{pmatrix}$ est $\det(A) = 24$.

5 Inverse d'une matrice, 2×2 ou 3×3 ou 4×4

```
L'inverse de $A=\begin{pNiceMatrix} 1&2 \\ 3&4 \end{pNiceMatrix}$ est
$A^{-1}=\MatriceInverse<cell-space-limits=2pt>(1,2 § 3,4)$.
```

L'inverse de $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ est $A^{-1} = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$.

```
L'inverse de $A=\begin{pNiceMatrix} 1&2 \\ 3&4 \end{pNiceMatrix}$ est
$A^{-1}=\MatriceInverse*<cell-space-limits=2pt>(1,2 § 3,4)$.
```

L'inverse de $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ est $A^{-1} = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ \frac{3}{2} & \frac{-1}{2} \end{pmatrix}$.

```
L'inverse de $A=\begin{pNiceMatrix} 1&2 \\ 3&4 \end{pNiceMatrix}$ est
$A^{-1}=\MatriceInverse[d]<cell-space-limits=2pt>(1,2 § 3,4)$.
```

L'inverse de $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ est $A^{-1} = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$.

```
L'inverse de $A=\begin{pNiceMatrix} 1&2&3\\4&5&6\\7&8&8 \end{pNiceMatrix}$ est
$A^{-1}=\MatriceInverse<cell-space-limits=2pt>(1,2,3 § 4,5,6 § 7,8,8)$.
```

L'inverse de $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 8 \end{pmatrix}$ est $A^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{8}{3} & \frac{8}{3} & -1 \\ \frac{10}{3} & -\frac{13}{3} & 2 \\ -1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$.

```
L'inverse de $A=\begin{pNiceMatrix} 1&2&3\\4&5&6\\7&8&8 \end{pNiceMatrix}$ est
$A^{-1}=\MatriceInverse[n]<cell-space-limits=2pt>(1,2,3 § 4,5,6 § 7,8,8)$.
```

L'inverse de $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 8 \end{pmatrix}$ est $A^{-1} = \begin{pmatrix} -8/3 & 8/3 & -1 \\ 10/3 & -13/3 & 2 \\ -1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$.

```
L'inverse de $A=\begin{pNiceMatrix} 1&2&3&4\\5&6&7&0\\1&1&1&1\\2&-3&-5&-6 \end{pNiceMatrix}$
est $A^{-1}=\MatriceInverse[n]<cell-space-limits=2pt>(1,2,3,4 § 5,6,7,0 § 1,1,1,1 § 2,-3,-5,-6)$.
```

L'inverse de $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & -3 & -5 & -6 \end{pmatrix}$ est $A^{-1} = \begin{pmatrix} 5/8 & 1/24 & -1/2 & 1/3 \\ -17/8 & -5/24 & 9/2 & -2/3 \\ 11/8 & 7/24 & -7/2 & 1/3 \\ 1/8 & -1/8 & 1/2 & 0 \end{pmatrix}$.

Résolution d'un système, 2×2 ou 3×3 ou 4×4

```
La solution de $\systeme{-9x-8y=-8,3x-6y=-7}$ est $\mathcal{S}=%
\left\lbrace \SolutionSysteme(-9,-8 § 3,-6)(-8,-7) \right\rbrace$.
```

La solution de $\begin{cases} -9x-8y=-8 \\ 3x-6y=-7 \end{cases}$ est $\mathcal{S}=\left\{\left(-\frac{4}{39};\frac{29}{26}\right)\right\}$.

```
La solution de $\systeme{-9x-8y=-8,3x-6y=-7}$ est $\mathcal{S}=%
\left\lbrace \SolutionSysteme*[d](-9,-8 § 3,-6)(-8,-7) \right\rbrace$.
```

La solution de $\begin{cases} -9x-8y=-8 \\ 3x-6y=-7 \end{cases}$ est $\mathcal{S}=\left\{\left(\dfrac{-4}{39};\dfrac{29}{26}\right)\right\}$.

```
La solution de $\systeme{x+y+z=-1,3x+2y-z=6,-x-y+2z=-5}$ est $\mathcal{S}=%
\left\lbrace \SolutionSysteme(1,1,1 § 3,2,-1 § -1,-1,2)(-1,6,-5) \right\rbrace$.
```

La solution de $\begin{cases} x+y+z=-1 \\ 3x+2y-z=6 \\ -x-y+2z=-5 \end{cases}$ est $\mathcal{S}=\{(2;-1;-2)\}$.

```
La solution de $\systeme{x+y+z=-1,3x+2y-z=6,-x-y+2z=-5}$ est donnée par $X=%
\SolutionSysteme(1,1,1 § 3,2,-1 § -1,-1,2)(-1,6,-5)[Matrice]$.
```

La solution de $\begin{cases} x+y+z=-1 \\ 3x+2y-z=6 \\ -x-y+2z=-5 \end{cases}$ est donnée par $X = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}$.

```
La solution de $\systeme{3x+y-2z=-1,2x-y+z=4,x-y-2z=5}$ est $\mathcal{S}=%
\left\lbrace \SolutionSysteme(3,1,-2 § 2,-1,1 § 1,-1,-2)(-1,4,5) \right\rbrace$.
```

La solution de $\begin{cases} 3x+y-2z=-1 \\ 2x-y+z=4 \\ x-y-2z=5 \end{cases}$ est $\mathcal{S}=\left\{\left(\frac{1}{2};-\frac{7}{2};-\frac{1}{2}\right)\right\}$.

```
La solution de $\systeme{3x+y-2z=-1,2x-y+z=4,x-y-2z=5}$ est $\mathcal{S}=%
\left\lbrace \SolutionSysteme[d](3,1,-2 § 2,-1,1 § 1,-1,-2)(-1,4,5) \right\rbrace$.
```

La solution de $\begin{cases} 3x+y-2z=-1 \\ 2x-y+z=4 \\ x-y-2z=5 \end{cases}$ est $\mathcal{S}=\left\{\left(\frac{1}{2};-\frac{7}{2};-\frac{1}{2}\right)\right\}$.

```
La solution de $\systeme[xyzt]{y+z+t=1,x+z+t=-1,x+y+t=1,x+y+z=0}$ est $\mathcal{S}=%
\left\lbrace\SolutionSysteme[d](0,1,1,1 § 1,0,1,1 § 1,1,0,1 § 1,1,1,0)(1,-1,1,0)\right\rbrace$.
```

La solution de $\begin{cases} y+z+t=1 \\ x+z+t=-1 \\ x+y+t=1 \\ x+y+z=0 \end{cases}$ est $\mathcal{S}=\left\{\left(-\frac{2}{3};\frac{4}{3};-\frac{2}{3};\frac{1}{3}\right)\right\}$.

```
La solution de $\systeme[xyzt]{x+2y+3z+4t=-10,5x+6y+7z=0,x+y+z+t=4,-2x-3y-5z-6t=7}$ est $X=
\SolutionSysteme
    [dec]<cell-space-limits=2pt>
    (1,2,3,4 § 5,6,7,0 § 1,1,1,1 § -2,-3,-5,-6)(-10,0,4,7)
    [Matrice]$
```

La solution de $\begin{cases} x+2y+3z+4t=-10 \\ 5x+6y+7z=0 \\ x+y+z+t=4 \\ -2x-3y-5z-6t=7 \end{cases}$ est $X=\begin{pmatrix} 17{,}75 \\ -12{,}75 \\ -1{,}75 \\ 0{,}75 \end{pmatrix}$

6 État stable d'une graphe probabiliste, 2×2

```
L'état stable du gr. prob. de matrice
$M=\AffMatrice[dec](0.72,0.28 § 0.12,0.88)$

est $\Pi = \EtatStable[d](0.72,0.28 § 0.12,0.88)$
ou $\Pi = \EtatStable[dec](0.72,0.28 § 0.12,0.88)$.
```

L'état stable du gr. prob. de matrice $M=\begin{pmatrix} 0{,}72 & 0{,}28 \\ 0{,}12 & 0{,}88 \end{pmatrix}$
est $\Pi=\begin{pmatrix} \frac{3}{10} & \frac{7}{10} \end{pmatrix}$ ou $\Pi=\begin{pmatrix} 0{,}3 & 0{,}7 \end{pmatrix}$.